

# 從動手開啟思考的學習 藝數摺紙

## 專題訪問林口國中李政憲老師

文・編輯群

### 前言

「數學」是一門讓師生感到困擾的課程。要怎麼讓學生喜歡數學課？要怎麼讓學生聽得懂？要怎麼做才能提高學生對數學課程的興趣？是許多教師思索的課題。

為了提高數學教學效能，許多教育工作者投入心力研究，李政憲老師是其中的一位。任教於林口國中的政憲老師目前是本市國中數學



輔導團的一員，同時也透過各種團隊推廣摺紙融入數學課程。政憲老師喜愛摺紙，並從中體悟摺紙活動所蘊含的奧秘：透過摺紙活動動活化現行數學課程，學生在紙張摺疊中手腦並用，在過程中發現生活中處處都有數學的存在；數學不再是一堆符號串連與並聯，而是手可摸得到、眼睛看得到的，數學也許困難，卻可以是一堂開心的課程。

政憲老師結合摺紙及數學的教學方式廣受推崇，吸引教育夥伴、媒體向他取經。到底摺紙活動對數學教學有什麼幫助呢？學生能夠從摺紙活動得到什麼幫助呢？我們透過這次的專訪，分享政憲老師的教學百寶箱。

### 緣起

～～你不需要很厲害才能開始，但要開始才會變得很厲害！

八年前，政憲老師因緣際會參加師大數學系舉辦的摺紙研習活動，並把摺紙這項技術導入社團課程，獲得豐碩成果。之後他以摺紙為主題申請「中小學科學教育專

案」經費補助，用來改善摺紙活動所需的器材與課程設計。政憲老師對數學的熱情、開放成果盡可能的分享給他周遭的朋友，逐漸影響的範圍遍及全國，讓許多教師主動加入學習「藝數摺紙」的行列。

事實上，這一連串美好的過程，肇始於政憲老師真實面對自己。偶然的機遇中，學校希望政憲老師接手指導學生社團的數學課。透過溝通將原本棘手的問題轉換成能讓自己發揮長處的局面，同時現學現賣，將研習學會的摺紙活動導入課程。他說：「摺紙並不是開始就很厲害，但是參與的個過程，想法會不斷地出現，內容就越來越豐富。」

「玩自己喜歡的活動」才能保持學習的熱情！也因為是玩自己喜歡的，這份熱情才有可能感染周遭的人們。「摺紙」，大部份的人可能都學過摺紙鶴、紙青蛙、紙星星等。我們可能只是當作一項有趣的活動，摺千隻紙鶴祝福朋友，或是一瓶的紙星星當作擺飾，但摺紙要和數學連結在一起，可能就要有一些想法才行。政憲老師因喜歡數學，並將數學融於摺紙活動。令人敬佩的是，他將這些教學法寶分享給所有想要學習的教育夥伴。從周遭的夥伴開始影響，並逐漸擴大範圍，透過研習活動，到全國各校分享他的成果。另外，政憲老師和他的團隊以網路為媒介，將所發現的各種作品拍成影片，放在網路平台上供所有需要的人自由取用。透過資源共享，打破時空的限制，讓更多的想法進入這個社群。



### 這是一件藝術品

政憲老師現場提供我們一些他即將進行示範的紙卡。我們發現這現這卡或紙條紙質都很不錯，紙片上有美麗的圖案及精準的摺線。拿起其中一張紙片，其中一面的上半部印有許多顏色，從橘紅逐格轉變為黃色、綠色到深紫色；同一面的下半部印有2到16的平方根，除了顏





色和數字之外，紙卡上還許多虛線和實線；紙卡的另一面介紹無理數、西奧多羅斯螺線等數學名詞及化學的酸鹼值判讀方式。

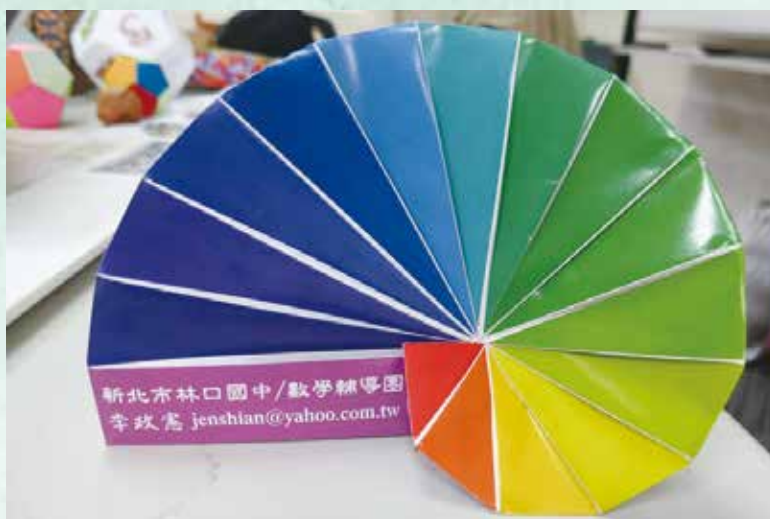
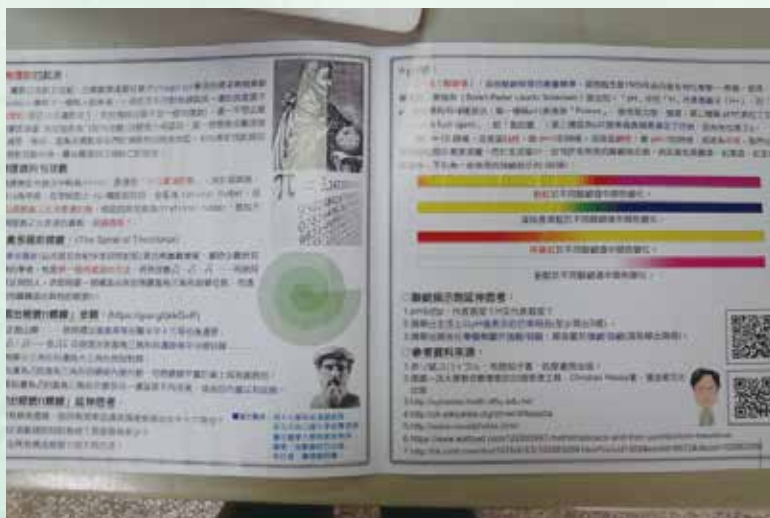
另外一種模型則像是放大版的紙帶，紙帶長約60公分，寬約8公分。兩面各繪有許多動物的圖案，大約每六格一循環。如果放在商品陳列架上，應該會很吸睛吧！只是為了展示某些數學概念，讓學生玩玩摺紙遊戲，有必要把紙卡做得如此精美嗎？

政憲老師表示，他認為如果只是用一般的紙張來摺紙也可以完成教學活動，但是要让這個活動讓學生有所收穫，就希望不只是一張單調的紙卡。

在政憲老師的指導下，我們雙手齊動，紙卡在我們的指尖上不停的轉動著，像是享受泰式按摩。一刻鐘後，一張長方形的紙卡變成一顆大貝殼一漂亮的螺旋線。我們摺出來的作品，一側是漂亮的酸鹼指示劑漸層—從紅色到藍色，另一側是完美到極致的平方根數列。不需要剪刀、膠水，只靠手就可以了，太美妙了。

政憲老師說，學生曾經告訴他：「他覺得他最大的收穫，(反而)不是學到了什麼數學知識，而是他每一次完成摺紙課程以後，他桌上就會擺一些摺紙的作品，他覺得很有成就感！」

一張紙，能夠產生什麼影響？也許可能不只是紙本身的價值！數學結合美術創造出生活美學可以引起學生不同的興趣。部分的學生，終其一生只要會使用有理數的四則運算就可以解決生活上大部分的數學問題。在學校的數學課中，方程式、幾何圖形和他們已成陌生人。但摺紙給這些學生一扇新的視野，也許摺紙未必能給所有學生在數學上直接的幫助，但卻可能在未來，為他們開啟另外一扇社會學的大門。從這個角度重新來看這些摺紙課程，實在是太值得了！



## 摺紙與教學活動

## 數缺形時少直覺，形少數時難入微～～華羅庚

政憲老師透過摺紙指導學生學習數學，將抽象的數學概念，在一件件精緻的摺紙作品中一一呈現，讓學生從動手操作中，體驗生活數學的樂趣。學生升上八年級後，開始面對開根號、無理數等概念。就在學生對這些概念還似懂非懂時，課程隨即進入「勾股定理」，這麼多數學新名詞猶如一只毛線球，當腦筋無法即時掌握其中的原理，不知道學習主軸在哪時，眼睛也跟著漫無目的的搜尋，最後成了一球打死結的球團。結果就是哀聲嘆氣的說：數學好難。



政憲老師透過摺紙，將數形概念統整在摺紙作品中，帶領學生從摺紙課程玩數學。透過摺紙理解幾何各種形體所隱含的性質，透過摺紙活動讓學生在紙上發現有理數、無理數的意義，也透過摺紙讓學生了解各種乘法公式、勾股定理等公式如何被人類發現他們的存在。讓學生在動手操作中，有步驟的理解數學原理。政憲老師拿著剛才完成的幾個作品向我們解釋隱含在其中的數學概念。鑲嵌貝殼螺線這個作品是用一張正方形的紙片摺出來的。在第一道摺痕中，正方形變為等腰三角形。學生在裏面可以看到兩種不同圖形，以及它們各自的幾何性質；同時也會發現幾何圖形的對稱關係；另外等腰三角形剛好是正方形面積的一半。

第二道摺痕在等腰三角形的一個底邊的三分之一處出現，這道摺痕，原本的等腰三角形出現了一個新的等腰三角形以及一個梯形。學生可以透過作品了解梯形的幾何性質，同時思考新的等腰三角形和原等腰三角形之間的關係。

第三道摺痕將新的等腰三角形裂解成好幾個三角形。現在這張紙的外表看起來像是一個L形的飛鏢，飛鏢上有一大、三小的三角形。這幾個小三角形看起來面積似乎差不多。學生如果動手測量這些三角形的底和高也許會發現什麼重要的事情。再仔細瞧瞧，第二道摺線和第三道摺線是平行的，因此在眾多小三角形中，學生還可以看到角度、面積以及全等或相似等數學概念……



如果沒有這張紙的輔助，只憑教師的口述，學生看著書本、拿著筆聽老師講解，我們可能已經頭暈腦脹了。但有了這張紙，一邊動手摺紙，一邊聽老師講解，雖然略嫌手忙腳亂，但那一堆名詞似乎比較人性化了。最後一道摺痕完成後，漂亮的貝殼螺線就出現了。但政憲老師要我們把紙張打開！



天啊！好不容易完成的美麗作品要被解體了！但他要我們反面再摺一次。新的貝殼螺旋線出現了，這次貝殼換上新的外衣—有許多紅色蜥蜴。而且這些蜥蜴以一種特定的方式排列。政憲老師要我們數一下每一種不同大小的三角形上有多少隻蜥蜴。1、2、4、8、16、32……，一串漂亮的等比級數，好像在變魔術一般。當然這個就是等比級數最好的教材了！

另外一張更漂亮的紙卡「根號n螺線」，因為有著亮麗的色譜，摺完之後，造形就像一隻可愛的鸚鵡螺。另一面，漂亮的根號2到16數列。虛幻到只能存在於計算機或是教科書要使用尺規作圖才能製作的「無理數」卻活生生的展現在眼前。的確，這些數字是存在於宇宙的！



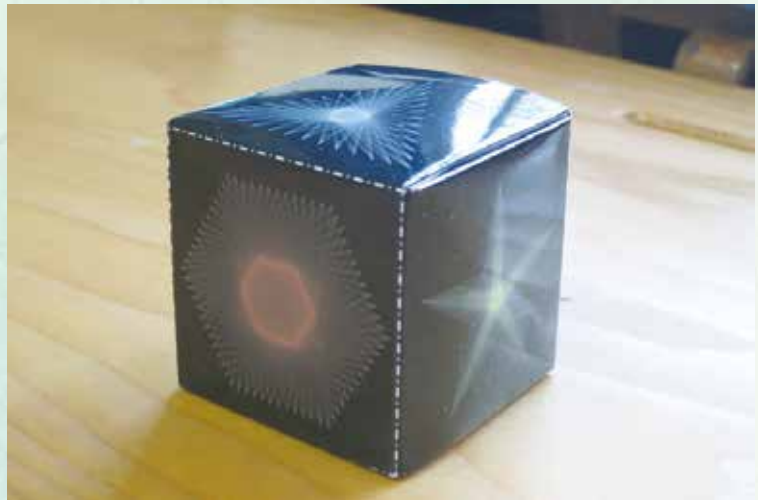
政憲老師拿了另一張紙卡，黑色背景中有許多類似科幻的規律幾何圖形。跟隨政憲老師的腳步，一張長方形的紙卡，就在手指輪動中，外貌逐漸被改造，除了手和紙張，沒有任何的輔助工具，一張平面的卡紙變成一個正立方體。

政憲老師樣我們猜看看這個作品有什麼功用。可能介紹多邊形吧？我們瞎猜。

是一個骰子！物體所擁有的對稱軸數目決定骰子每一面的數字。

多漂亮的骰子！如果我們是學生，應該立刻找對稱軸在哪裡？有幾條對稱軸？然後開始玩起骰子！當然就在不知不覺中，知道形體對稱的意義與對稱軸的尋找方法了。

當然不是堂堂數學課都能在這樣玩耍中歡樂度過，若能讓學生期待下一次的摺紙時間趕快來，應該就值得了。



### 結語

政憲老師講話的速度有點快，我們想他應該是想讓我們多完成幾個成品。再度抬頭看時間的時候，時間已經到了尾聲，我們卻只完成兩個作品。真想要把訪問的時間再延長個幾倍似乎才能盡興。

望著桌上一個個形體複雜又富含幾何美感的作品，真想全部打包回家。在政憲老師的解說及引導，摺出自己的作品，真的讓人愛不釋手。蘊含在一個個美麗的作品中是老師想要傳達的一來試看看吧！孩子們。

該佩服眼前的這位老師——一位有遠見的教育家。這場訪問，內心是欣喜的，在教育場域中，許多像政憲老師這樣默默耕耘的人，應該不少。

感謝政憲老師在百忙中抽空接受我們的訪問。更要感謝政憲老師將他寶貴的教學經驗，分享給大家。

「藝數摺學」FB網站連結：<https://www.facebook.com/groups/108923286120994/>

